República Bolivariana De Venezuela

Universidad Bicentenaria De Aragua

Vicerrectorado Académico

Lógica Matemática

Lógica Predictiva

Profesor: Integrantes:

Moisés Arévalo Eduardo Hadgialy

C.I: 25.607.402

Nahiromi Medina

C.I: 25.169.920

Annya Ortiz

C.I: 25.698.636

San Joaquín de Turmero, 12 de enero de 2015

  La lógica predicativa es conocida como lógica aristotélica o silogística.  Y a diferencia de la lógica de enunciados o lógica proposicional, la lógica silogística sí entra en detalles y, por ello, precisa conocer quién es el sujeto y qué es lo que de él se predica.

La lógica Predictiva estudia la composición íntima de las proposiciones, utiliza nuevos símbolos, leyes y métodos para establecer la validez de los razonamientos.  
Esta lógica estudia de manera más detallada los predicados a través del uso de cuantificadores que expresan cantidad.

La lógica formal, al nivel de la lógica de enunciados, sólo puede analizar formalmente aquellos razonamientos en cuya validez no desempeña ningún papel de la estructura interna de las proposiciones que los componen.

Hay razonamientos formalmente válidos que no lo son simplemente en virtud de las conexiones externas entre los enunciados. Es decir, su forma no puede exhibirse tan solo mediante letras y conectivos, sino que es preciso penetrar en la estructura interna del enunciado, para buscar la validez de la inferencia en cuestión.

Ejemplo:

P: Ningún árbol puede hablar.

Q: Juan puede hablar.

Luego,

R: Juan no es un árbol.

La lógica proposicional no puede explicar por qué R se deduce de P y de Q.

Se trata entonces de construir a partir del cálculo proposicional, nuevos elementos de análisis para poder tener un instrumento adicional de deducción.

La lógica de predicados comienza distinguiendo dos clases de términos: los que presentas individuos (gramaticalmente “sujetos”) y los que representan propiedades (gramaticalmente “predicado”). Lógicamente los llamaremos argumentos y predicados.

Los símbolos que introduce la lógica de predicados son:

Variables individuales, que representan individuos indeterminados. Se emplean las últimas letras minúsculas del alfabeto x, y, z

Constantes individuales, que representa individuos individuales. Se utilizan las primeras letras minúsculas del alfabeto a, b, c

Variables predicativas, que representan predicados indeterminados. Se usan estas letras mayúsculas F, G, H

El predicado determina al argumento y es considerado por la lógica de predicados como una nota o característica del sujeto.

Las proposiciones que intervienen en este nuevo tipo de inferencias son atómico –predicativas. Consecuentemente, de acuerdo a la cantidad del sujeto puede clasificarse en:

1. Singulares, el sujeto es un individuo ejemplo: Manuel Kant es un filosofo
2. Universales, el sujeto es una totalidad de individuos ejemplo: todos los geriatras son médicos
3. Particulares: el sujeto es una parcialidad de individuos ejemplo: algunos musulmanes son talibanes

La cantidad de sujeto en estas proposiciones introduce nuevos elementos, los cuantificadores, representados por los términos “todos” y “algunos” estos elementos determinan cuantitativamente a sus argumentos

Los cuantificadores, hacen referencia a la totalidad o una parte de los miembros de un conjunto. Pudiendo ser la generalización universal o particular, los cuantificadores son de dos tipos, universal y existencial.

Cuantificador Universal: (Para todo, todo, cualquiera, cada)

Cuantificador Existencial: (Existe al menos un, hay, algunos, algún)

Negación Cuantificador Universal: (No todos, Nadie)

Negación Cuantificador Existencial: (No es cierto)

Los símbolos “∀” y “∃” se llaman cuantificadores. En el espacio vacío que le sigue dentro del paréntesis se colocan o bien variables individuales como (∀ x) y (∃ x), y entonces estamos en el ámbito de la lógica de predicados de primer orden; o bien, variables predicativas como (∀ F) y (∃ F) situándonos, con esto, en el contexto de la lógica de predicados de segundo orden.

La lógica cuantificacional aquí desarrollada es de primer orden, pues los cuantificadores sólo contienen variables individuales.

Reglas de formación de fórmulas bien formadas:

R.1. Cada variable predicativa seguida de una o más constantes individuales es una proposición atómica. Ejemplos:

a) Fa b) Gab c) Habc

R.2. Cada proposición atómica afectada al menos por un ope- rador es una proposición molecular. Ejemplos:

a) Fa ∧ Gb b) Fa → (Gb ∨ Hc) c) Fa ∧ Gb ∧ Hc

R.3. Cada variable predicativa seguida de una o más variables individuales es una función proposicional atómica. Ejemplos:

a) Fx b) Gxy c) Hxyz

R.4. Cada función proposicional atómica afectada al menos por un operador es una función proposicional molecular. Ejemplos:

a) Fx ∧ Gy b) Fx → (Gy ∨ Hz) c) Fx ∧ Gy ∧ Hz

R.5. Son variables libres las variables que no son afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

a) Fx b) (Fx → Gy) ∨ Hz c) Fx ∧ (Gy ∧ Hz)

R.6. Son variables ligadas las variables afectadas por algún cuantificador. Ejemplos:

a) (∃ x) Fx b) (∃ x ) (∃ y ) (Fx ∧ Gy) c) (∀ x ) (∀ y ) (∀z ) [(Fx → Gy) ∨ Hz]

R.7. Son fórmulas cerradas las fórmulas que no contienen variables libres. Ejemplos:

a) (∃ x) Fx b) (∃ x) (∃ y) (Fx ∧ Gy) c) (∀ x) (∀y) (∀ z) [(Fx → Gy) ∨ Hz]

R.8. Son fórmulas abiertas las fórmulas que contienen al me- nos una variable libre. Ejemplos:

a) Fx b) (∀x) ( ∀ y) (∀ z) (Fx → Gy) ∨ Hz c) Fx ∧ (∃ y) (∃ z) (Gy ∧ Hz)

R.9. Si cuantificamos las variables libres de una función proposicional obtenemos una proposición. Ejemplos:

a) Fx: (∀ x) Fx b) (Fx → Gy) ∨ Hz: (∀x) (∃ y) (∀ z) [((Fx → Gy) ∨ Hz] c) Fx ∧ (Gy ∧ Hz): (∃ x) (∃ y) (∃ z) [Fx ∧ (Gy ∧ Hz)]

R.10. Si sustituimos las variables libres de una función proposicional por constantes individuales obtenemos una proposición. Ejemplos:

a) Fx: Fa b) Gxy: Gab c) Hxyz: Habc

R.11. Son fórmulas predicativas monódicas las que contienen una sola variable individual. Ejemplos:

a) (∃ x) Fx b) (∃ y) (Fy ∧ Gy) c) (∀ z) [(Fz → Gz) ∨ Hz]

R.12. Son fórmulas predicativas poliádicas las que contienen dos o más variables individuales. Ejemplos:

a) (∃ x) (∃ y) Fxy b) (∃ x) (∃ y) (Fx ∧ Gy) c) (∀ x) (∀y) (∀ z) [(Fx → Gy) ∨ Hz]

R.13. En la lógica de predicados de primer orden se cuantifican sólo las variables individuales. Ejemplos:

a) (∃ x) Fx b) (∃ x) (∃ y) (Fx ∧ Gy) c) (∀ x) (∃ y) (∀ z) [(Fx → Gy) ∨ Hz]

R.14. En la lógica de predicados de segundo orden se cuantifican también las variables predicativas. Ejemplos:

a) (∃ F) (∃ x) (∃ y) Fx b) (∃ G) (∃ x) (∃ y) (Fx ∧ Gy) c) (∀ x) (∀y) (∀ H) (∀z) [(Fx → Gy) ∨ Hz]

Formalización de proposiciones singulares

Una proposición predicativa se simboliza funcionalmente invirtiendo el orden de sus elementos y, por razones operativas, se usa cualquier letra mayúscula para los predicados y cualquier letra minúscula para las constantes individuales. Ejemplos:

a) David es abogado: Ad

b) David y Goliat no son médicos: ~ Md ∧ ~ Mg

c) Es falso que David y Goliat sean filósofos: ~ (Fd ∧ Fg)

d) David y Goliat son hermanos: Hdg

e) Lima es la capital del Perú: Clp

f) Lima está entre Áncash e Ica: Elai

Todas estas fórmulas, de la ‘a)’ hasta la ‘f)’, representan proposiciones pues sus argumentos o sujetos están simbolizados por constantes que significan individuos determinados, consecuentemente se pueden calificar de verdaderas o falsas.

En los razonamientos siguientes tanto las premisas como las conclusiones Son proposiciones atómicas. A pesar de que las conclusiones no pueden deducirse Mediante los métodos y reglas que se conocen hasta ahora, algunos de los razonamientos son válidos y otros no. Leer los razonamientos e indicar si la conclusión parece deducirse o no de las premisas. (No se piden las Deducciones, sino decir simplemente lo que parece lógicamente.) Una observación: no se confunda la verdad de hecho y la validez lógica.

1. Todas las ranas son anfibios.

Todos los anfibios son vertebrados.

Por tanto, todas las ranas son vertebrados.

2. Algunos estudiantes estudian Lógica.

Todos los estudiantes que estudian Lógica conocen el vocablo «premisa

Por tanto, algunos estudiantes conocen el vocablo «premisa».

3. Todos los árboles de nuestro jardín pierden las hojas en otoño.

Ningún pino pierde sus hojas en otoño.

Por tanto, algunos de los árboles de nuestro jardín son pinos.

4. Todos los reptiles son animales de sangre fría.

Todos los caracoles son animales de sangre fría.

Por tanto, todos los caracoles son reptiles.

5. Todos los amigos de Pedro son chicos que juegan a baloncesto.

Todos los chicos que juegan a baloncesto son altos.

Por tanto, todos los amigos de Pedro son altos.

6. Algunas figuras de este papel son pentágonos.

Todos los pentágonos tienen cinco lados.

Algunas figuras de este papel tienen cinco lados.

Reglas de eliminación e introducción de cuantificadores

Cuando una expresión tiene cuantificadores es prácticamente imposible realizar pruebas semánticas sobre ella. Por ello, Habitualmente se utiliza deducción

Los dos cuantificadores se relacionan del mismo modo que los Operadores proposicionales que generalizan:

• Un predicado con variables libres no es verdadero ni falso,

hasta que se asignen valores para dichas variables. Algunos de

ellos serán siempre verdaderos independientemente de los

valores que se escojan: estos son predicador válidos.

• Un predicado que es verdadero o falso dependiendo de los

valores elegidos se dice que es satisfacible.

• Un predicado que es siempre falso se dice que es no

satisfacible.

Las reglas Son las mismas que en Deducción Natural en Lógica Proposicional, a las Cuales hay que Sumarles las reglas referentes a loS Cuantificadores.

• Reglas cuantificador universal.

Introducción o generalización universal en el consecuente.

Restricción: y variable libre que no aparece en F. – Eliminación o especificación universal en el consecuente.

I > Vw A) F> At)

Restricciones: término t.

• Reglas cuantificador existencial

Introducción o generalización en el consecuente.

Sin restricciones.

Eliminación en el consecuente.

Restricciones: y no libre en I y B.

Ejemplo:

1. Toda persona cuyo padre es David debe ser su hijo o hija.

2. David es el padre de Pablo.

3. Pablo no es la hija de David.

Conclusión: Pablo es hijo de David.

Ejemplo:

1. Todos los alumnos son de Ciencias de la Computación.

2. A los alumnos de Ciencias de la Computación les gusta la programación.

3. x es un alumno de Ciencia de la Computación.

4. Si x es un alumno de Ciencia de la Computación entonces le gusta la programación.

5. A x le gusta la programación.

Conclusión: A todos les gusta la programación.

Ejemplo:

1. Toda persona que ha ganado cien millones es rica.

2. María ha ganado 100 millones.

Conclusión: Alguien es rico.